

Análise Combinatória

Compilação de textos e exemplos

**Ebook-resumo para as aulas de
matemática 2ª série ensino médio.**

**Colégio Est. Prof. Geraldo Ribeiro da Silva
Prof. Gislaine Ferreira Felisbino**

Análise Combinatória • • •

A análise combinatória é a área da Matemática que tem como função estudar a quantidade de agrupamentos que podem ser formados a partir de um conjunto de valores. O foco é o estudo dos tipos de agrupamento, que são resolvidos pelo **princípio fundamental da contagem**.

Esses agrupamentos são **a permutação, a combinação e o arranjo**.

Cada tipo tem aplicações específicas, e o que determina qual deve ser usado é a situação em que se encontram e o objetivo da contagem.

Esse ramo da Matemática também exige domínio de uma operação específica, que é o **fatorial de um número**, representado pelo símbolo de exclamação – “!”.

Calcular o fatorial de um número é encontrar o produto desse número pelos seus antecessores.

Fatorial

- Se n é um **número natural** ($n \geq 2$), o produto de todos os naturais de n até 1, é chamado de **fatorial de n** (símbolo: $n!$).

$$\diamond 3! = 3.2.1 = 6$$

$$\diamond 6! = 6.5.4.3.2.1 = 720$$

Em geral

$$n! = n(n - 1)(n - 2). \dots .3.2.1$$

1 – O que é um número fatorial?

Um número fatorial é, na verdade, uma sequência de multiplicações que se inicia no próprio número e se prolonga até o 1.

É o produto (resultado) de todos os fatores, começando pelo próprio número e baixando até o 1.

O número fatorial é escrito assim:

6!

6! é o fatorial que desmembrado é o mesmo que

6.5.4.3.2.1, cujo resultado é: **720**

$$**6! = 6.5.4.3.2.1 = 720**$$

ATENÇÃO: 6! não é o mesmo que 6 como foi demonstrado acima!

Veja esses outros exemplos, pois esses são números comuns em exercícios sobre fatorial:

$$5! = 5.4.3.2.1 = 120$$

$$4! = 4.3.2.1 = 24$$

2 – Como fazer simplificação de fatorial?

É muito comum encontrar situações nas quais os exercícios sobre fatorial precisam ser simplificados para serem resolvidos.

Simplificar um fatorial é muito simples, basta escolher em qual número você quer parar a sequência.

Exemplo: $5! \ 5 \cdot 4!$

$5 \cdot 4 \cdot 3!$

$5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2!$

Todas as formas acima são diferentes maneiras de se escrever $5!$, pois o resultado de todas é 120.

Quando você escolher onde parar a sequência, pode fazer como se vê abaixo:

$$\frac{11!}{9!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9!}{9!} = 11 \cdot 10 = 110$$

3 – Operações com fatoriais

Aprenda separadamente como realizar cada uma das operações e depois apenas aplique o mesmo nas equações quando estiver resolvendo exercícios sobre fatorial.

Soma ou subtração com fatorial

Exemplo 1

$$4! + 3! (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) + (3 \cdot 2 \cdot 1)$$

$$24 + 6 = 30$$

Exemplo 2

$$6! - 4!$$

$$(6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) - (4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)$$

$$720 - 24 = 696$$

Multiplicação com fatorial

$$0! \cdot 5!$$

$$1 \cdot (5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1)$$

$$1 \cdot 120 = 120$$

Divisão com fatorial

Na divisão pode-se realizar a operação resolvendo totalmente o fatorial e depois dividindo-se.

Também pode-se fazer pelo método da simplificação como já mostrado.

Por uma questão de tempo, caso você esteja fazendo exercícios sobre fatorial no vestibular, é recomendável usar a simplificação.

Exemplo:

$$\underline{6!} = \underline{6 \cdot 5 \cdot 4!} = \underline{6 \cdot 5} = 30$$

4! 4! 4!

Incógnita no fatorial

O fatorial pode aparecer com letras, mas o processo de simplificação é o mesmo. Basta escrever reduzindo até o formato em que for possível cortar para simplificar. Veja este caso:

$$\frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n \cdot (n-1) \cdot \cancel{(n-2)!}}{(n-2)!}$$

$$n(n-1)$$

$$n^2 - n \quad \checkmark \text{ PRONTO}$$

ATENÇÃO:

Os exemplos abaixo **não são**
válidos, não cometa esses erros ao
fazer exercícios sobre fatorial!

$$n! + x! = (n+x)!$$

$$n! - x! = (n-x)!$$

$$n! \cdot x! = (n \cdot x)!$$

Erradíssimo!!!!

Princípio fundamental da contagem

Base para a análise combinatória, o princípio fundamental da contagem é uma forma rápida de calcular a quantidade de combinações possíveis para determinadas decisões.

Conhecido também como PFC, esse princípio diz o seguinte:

Se uma decisão d_1 pode ser tomada de n maneiras e uma decisão d_2 pode ser tomada de m maneiras, e essas decisões são independentes entre si, então o número de combinações possíveis entre essas duas decisões é calculado por $(n \cdot m)$.

A aplicação do princípio fundamental da contagem é bastante simples quando se entende bem a situação proposta, o que pode dificultar muito é a interpretação do problema, e não o cálculo em si.

• Exemplo

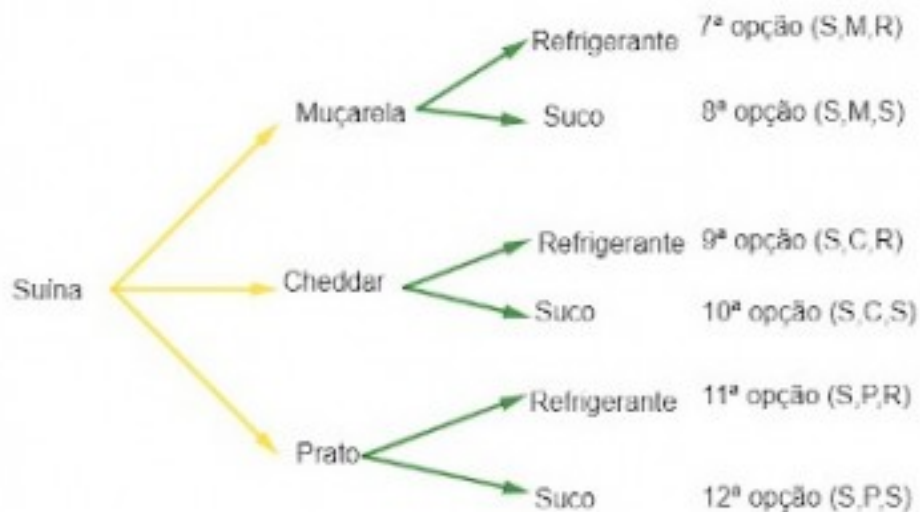
Em uma sanduicheria, os sanduíches são vendidos em combos. O cliente pode escolher **um entre três tipos de carne** (frango, porco ou bovina), **um entre três tipos de queijo** (muçarela, cheddar ou prato) e **um entre dois tipos de bebidas** (refrigerante e suco).

Sendo assim, quantas vezes um cliente pode pedir um combo sem repeti-lo?

Resolução modo 1:

Sem usar o princípio fundamental da contagem, uma forma de resolução possível é realizar a listagem das escolhas e contar o número de possibilidades. Ao todo o cliente terá que tomar três decisões (carne, queijo, bebida). Podemos listar todas as possibilidades por meio de uma tabela, lista ou diagrama. O problema é que esse processo se torna cada vez mais trabalhoso quando a quantidade de possibilidades para cada decisão aumenta.

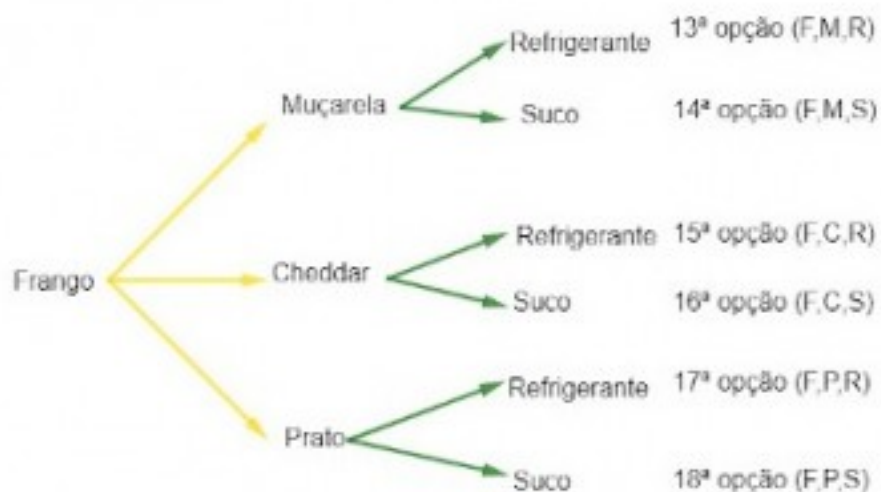
1ª Parte



2ª Parte



3ª Parte



Resolução modo 2:

Pelo princípio fundamental da contagem, chegamos à mesma quantidade, mas sem a necessidade de fazer a lista de todas as possibilidades.

Sabemos que há três decisões a serem tomadas, então o número de possibilidades é igual ao produto das possibilidades de cada uma dessas decisões:

- 3 tipos de carne
- 3 tipos de queijo
- 2 tipos de bebidas

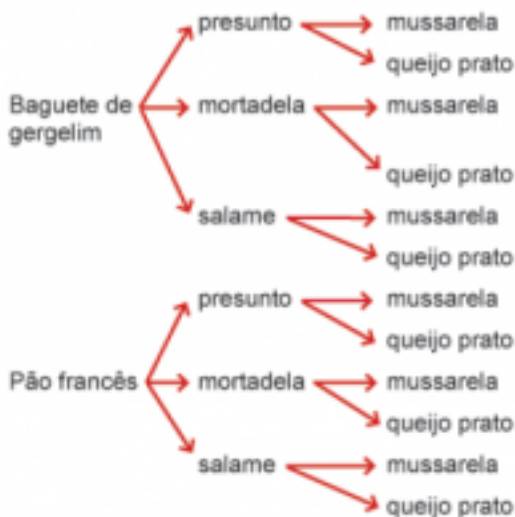
$3 \cdot 3 \cdot 2 = 18$ possibilidades

LEMBRETE

Diagrama de árvore

Um diagrama de árvore (também denominado árvore de probabilidades) pode ser usado para representar um espaço de probabilidade. Também pode ser usado para representar as várias possibilidades de uma permutação ou combinação (neste caso, é mais adequado chamá-lo de árvore de possibilidades).

Esse tipo de diagrama provê uma maneira conveniente de organizar as informações de um conjunto de eventos condicionais.



Fonte: <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/diagnostico-inicial-o-que-eles-ja-sabem-528156.shtml?page=all>

Terminamos a introdução dessa matéria.

Agora acesse o Link de atividades propostas por mim lá no grupo da sua turma.

Bom trabalho!

ei.... ainda está com dúvidas???

acesse a vídeo aula postada no grupo e divirta-se!!