A beleza dos Fractais

Conteúdos

- Geometria não - Euclidiana
- Triângulos semelhantes.

Objetivos

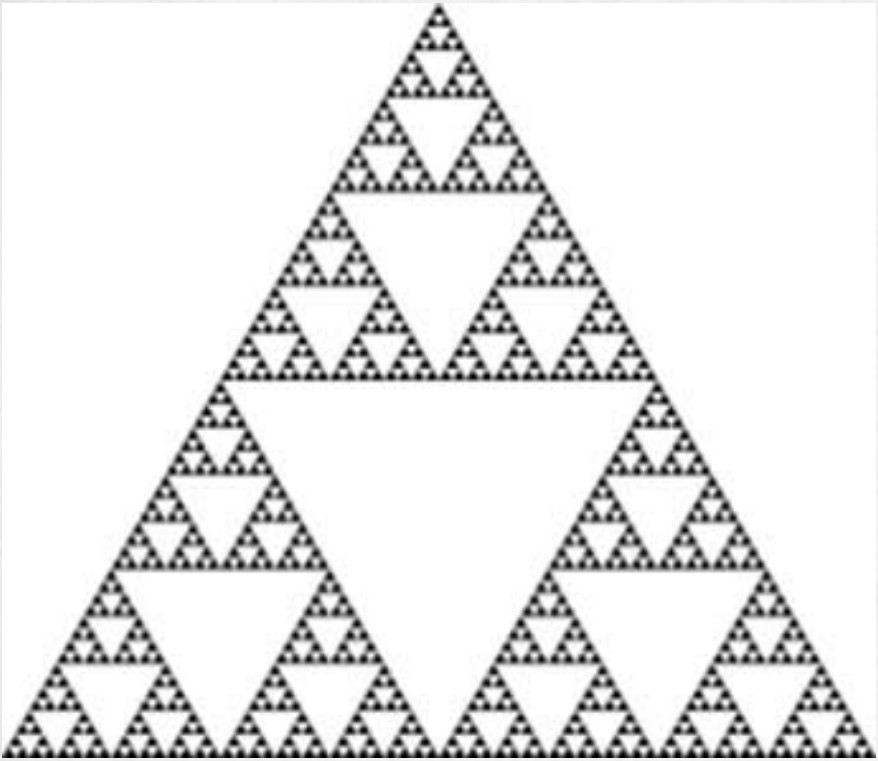
- Conhecer os fractais através da visualização e manipulação de materiais.
- Reconhecer triângulos semelhantes.

A sequência de ensino "A beleza dos Fractais" foi construída para ensinar os alunos como a geometria está presente em nosso dia a dia bem como mostrando os fractais como uma ciência presente em nosso dia a dia e através dos fractais definirmos triângulos semelhantes resolvendo exemplos e exercícios.

Observe essas figuras abaixo, são fractais. Você sabe explicar o que são os fractais?

Fractais são figuras da geometria não - Euclidiana, ou seja, é uma área da matemática que descreve muitas situações que não podem ser explicadas tão facilmente pela geometria clássica, como por exemplo, a teoria do caos. Um fractal é um objeto geométrico que pode ser dividido em partes, cada uma das quais semelhante ao objeto original. Dizemos que os fractais têm infinitos detalhes, são geralmente assimilares, ou seja, quando é semelhante ao objeto inicial (exatamente) ou aproximadamente a uma parte de si mesmo e ainda os fractais independem de escala. A maioria dos fractais são criados por um padrão repetido.

Vamos montar agora um fractal? Em uma folha de papel sulfite A4 desenhe um triângulo equilátero (apresenta as três medidas iguais). Encontre o ponte médio de cada lado do triângulo e ligue esses pontos médios encontrados, temos formado nessa nova figura 3 triângulos equiláteros, em cada um desses triângulos proceder da mesma forma, encontrar o ponto médio de cada lado e ligar esses pontos médios, proceder assim indefinidamente, como mostrado na figura abaixo. Depois de pronto é só colorir.

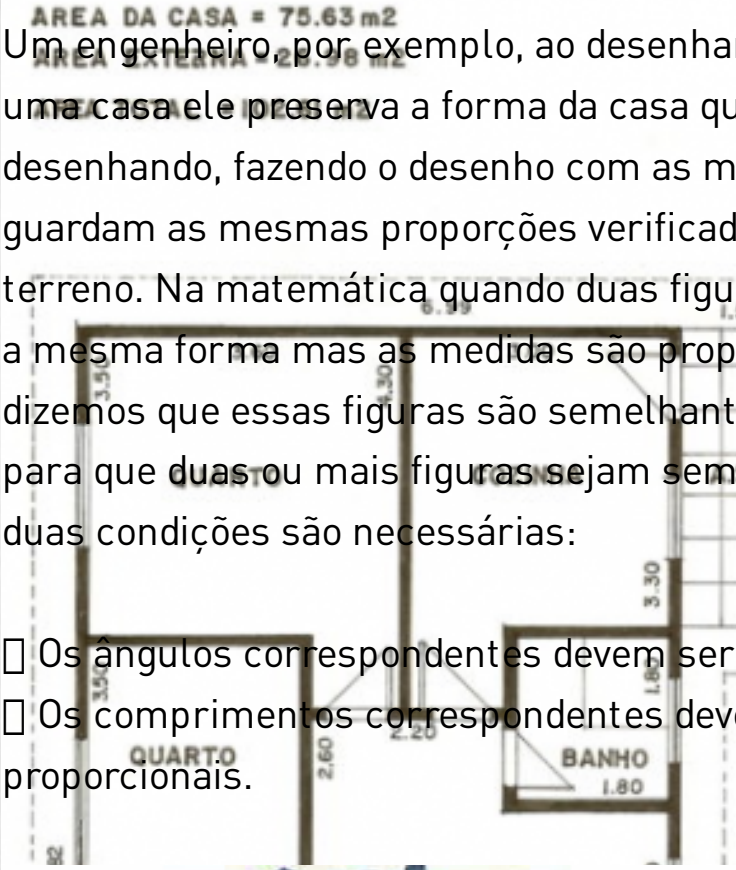


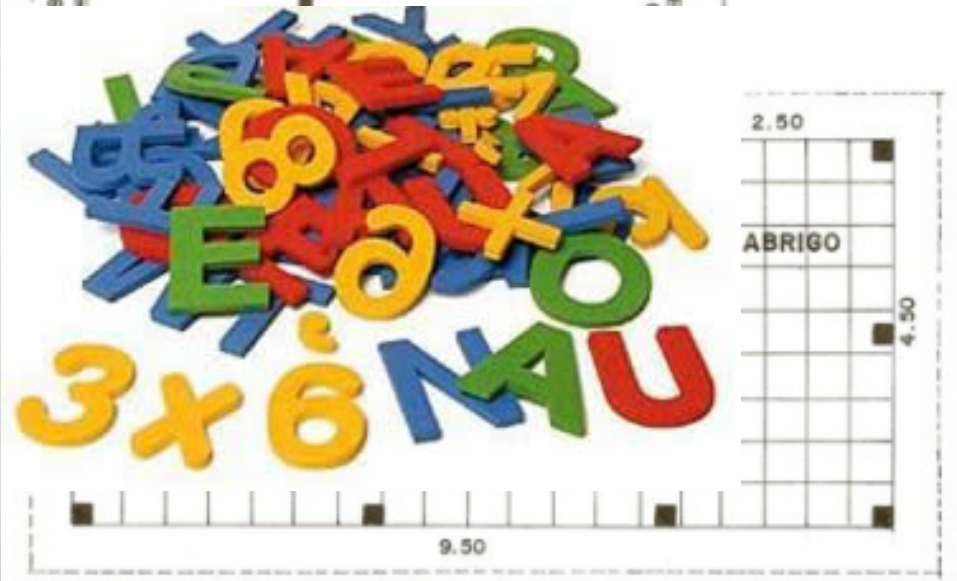
Esse fractal recebe um nome especial, O Triângulo de Sierpinski, e ele apresenta algumas características especiais como: ter tantos pontos como o do conjunto dos números reais; ter área igual a zero; ser autossimilar; não perder a sua definição inicial à medida que é ampliado. Esse triângulo apresenta a característica de ser autossimilar, ou seja, os triângulos formados são semelhantes. Mas o que são triângulos semelhantes?

Para entendermos o conceito de semelhança, precisamos ter bem claro dois conceitos: forma e tamanho (escala). Observe a figura abaixo, nela temos representada a planta de uma casa:

Um engenheiro, por exemplo, ao desenhar a planta de uma casa ele preserva a forma da casa que está desenhando, fazendo o desenho com as medidas que guardam as mesmas proporções verificadas no terreno. Na matemática quando duas figuras mantém a mesma forma mas as medidas são proporcionais dizemos que essas figuras são semelhantes. Assim para que duas ou mais figuras sejam semelhantes, duas condições são necessárias:

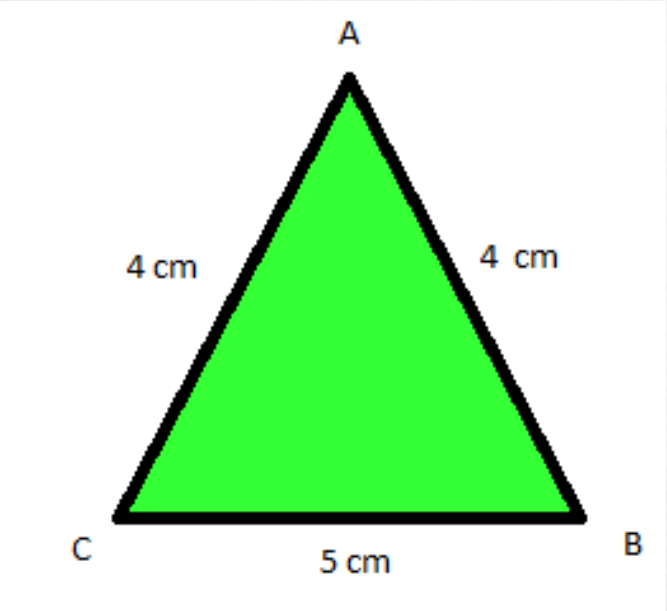
- Os ângulos correspondentes devem ser iguais.
- Os comprimentos correspondentes devem ser proporcionais.



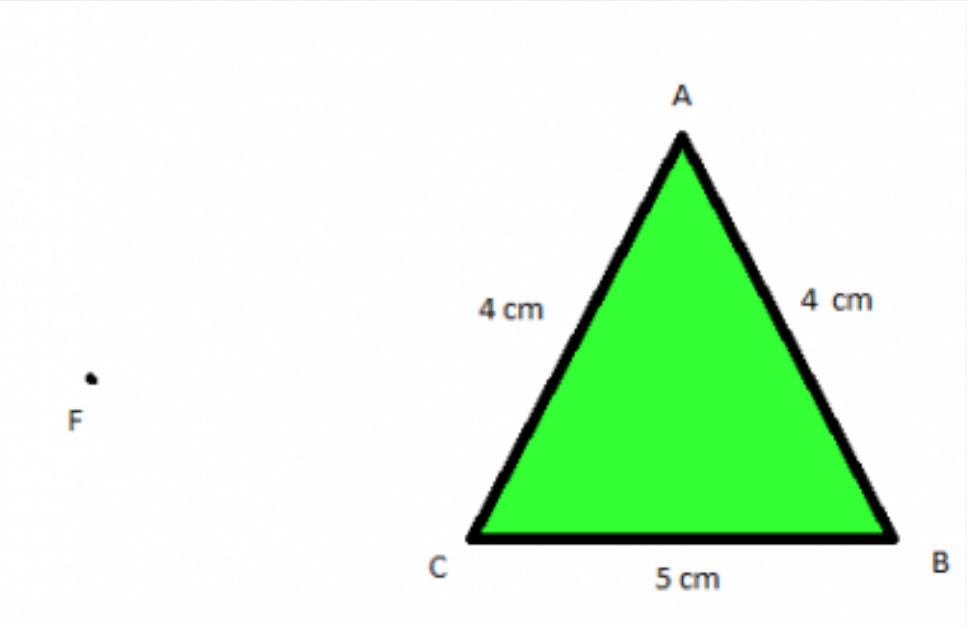


ESC. 1:75

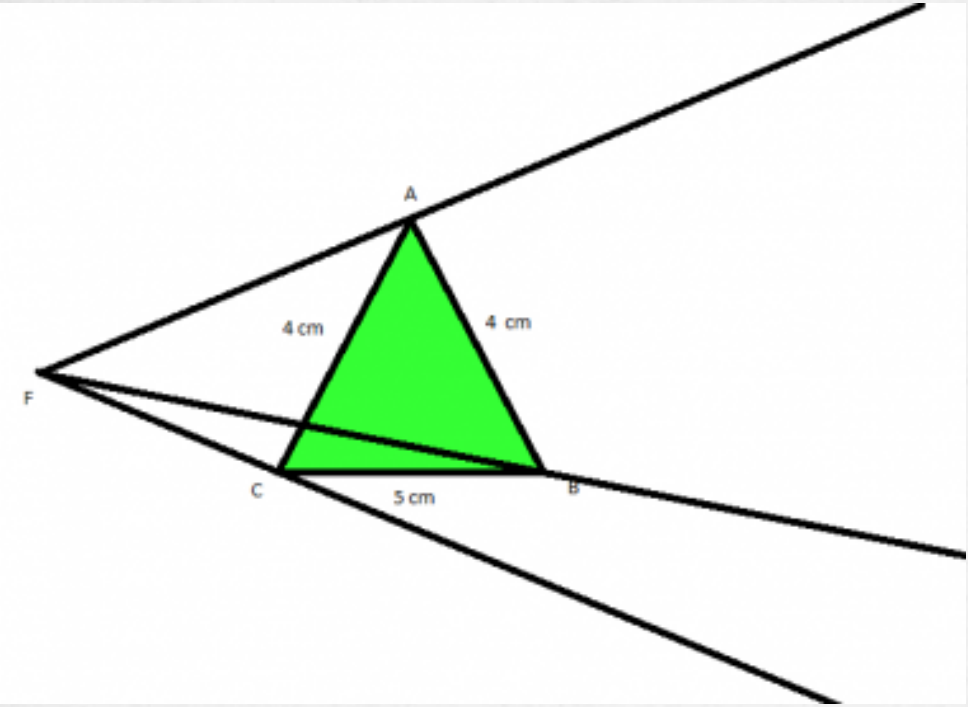
Uma ampliação, uma redução é até mesmo a congruência de figuras são exemplos claros de semelhança. Encontramos figuras planas através da homotetia ou através de isomertrias, ambas conservam o ângulo, mantendo assim a mesma forma mudando o tamanho e posição da figura. A homotetia significa ampliação ou redução de qualquer figura geométrico, podendo ser figuras planas ou espaciais. Vamos ampliar o triângulo abaixo, utilizando a homotetia.

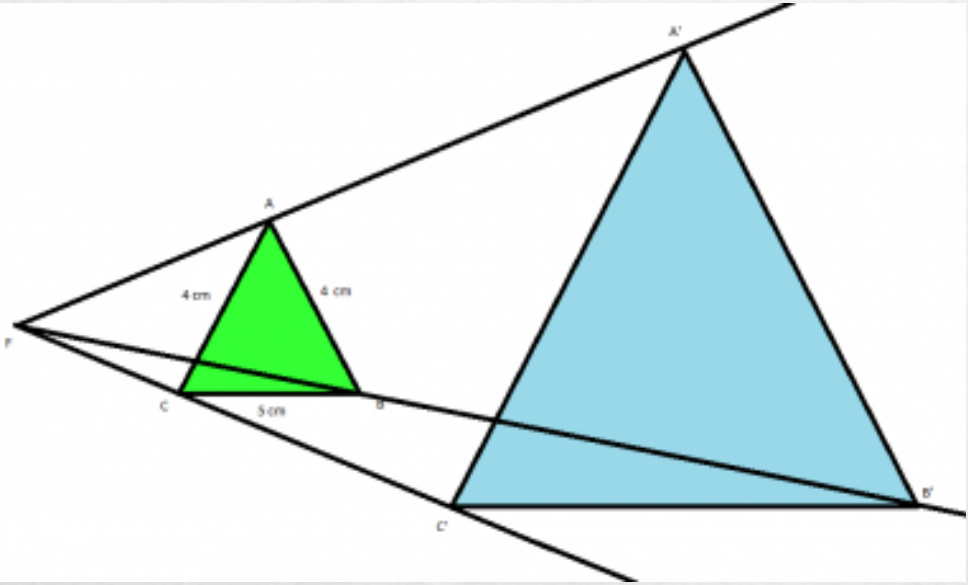


Primeiro passo devemos marcar um ponto F (foco) qualquer:



Tracemos agora as retas FA, FB e FC .


A
4 cm
4 cm
F
C
5 cm
B


A'
A
4 cm
4 cm
F
C
5 cm
B
B'
C'

Os triângulos ABC e A'B'C' são triângulos semelhantes?

Utilizando a mesma ideia de semelhanças, temos que os ângulos correspondentes são iguais e os lados correspondentes são proporcionais. Assim dizemos que dois ou mais triângulos são semelhantes se, e somente se, possuem seus três ângulos ordenadamente congruentes e os lados homólogos (lados opostos a ângulos de medidas iguais) proporcionais.

O Triângulo de Sierpinski apresenta os triângulos semelhantes.